Des parenthésages possibles d'une série de termes

Simon Arame

19 mars 2010

Ce document est issu d'une réflexion suite à ma tentative de résoudre un exercice tiré du livre *Fundamentals of Algorithmics* de Gilles Brassard et Paul Bratley. Étant donné une suite de n termes, il est possible d'insérer $n-1$ fois un opérateur binaire non associatif et non commutatif entre chacun des termes. Cependant, ne supposant aucune priorité des opérations, nous nous devons alors de parenthéser l'expression. Se questionnant sur la quantité des parenthésages différents possibles, nous constatons que cette quantité est une suite $S : \aleph \to \aleph$ que l'on définit comme suit :

$$S(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 1 \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{n-1} f(n) \times f(n-i) & \text{if } n > 1 \end{cases} \tag{1}$$

On arrive donc sans trop d'effort à caluler sans machine les termes de cette suite S de sommes défini par récurrence qui à mon avis est digne d'intérêt.

$$S(n) = \{1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, \ldots\} \tag{2}$$

Si vous trouvez la moindre erreur ou coquille sur ce très cours article,
merci de me le signaler à simonarame AT xsimo.com.